La Logica Lineare
e il suo sviluppo in Italia

Simona Ronchi Della Rocca
Dipartimento di Informatica
Università degli Studi di Torino

LA LOGICA LINEARE

- una nuova semantica per i sequenti
- una decomposizione della logica intuizionista
- una “costruttivizzazione” della logica classica
- una nuova sintassi per le prove
- una logica “Curry-Howard”

una nuova semantica per i sequenti

$$A_1,\ldots,A_n \quad \vdash \quad B_1,\ldots,B_m$$

interpretazione standard:
se tutte le premesse A_1 e…e A_n sono vere allora si può dedurre che almeno una tra le conseguenze $\{B_1,\ldots,B_m\}$ è vera

($A \vdash A$ and A)

in LL: utilizzando tutte le risorse A_1 e…e A_n si può ottenere almeno uno dei prodotti $\{B_1,\ldots,B_m\}$

($A \vdash A$ and A non è dimostrabile)

una decomposizione della logica intuizionista

L'implicazione intuizionista:

$$A \Rightarrow B$$

diventa:

$$!\,A \multimap B$$

duplicazione

implicazione lineare

Torna alla prima pagina

una decomposizione della logica intuizionista

LL ha:

- operatori primitivi modali per per le azioni di duplicazione e cancellazione

  (permettono un controllo sul modo in cui le prove sono costruite e normalizzate)

- duplicazione dei connettivi usuali della logica intuizionista in due classi: moltiplicativi e additivi

  (permette una analisi semantica più raffinata)

una “costruttivizzazione” della logica classica

la logica classica non è “costruttiva” a causa dell’intrinseco non determinismo della procedura di normalizzazione

A or B può essere provato senza decidere della verità delle due componenti (es. C or not(C))

polarizzazione delle formule

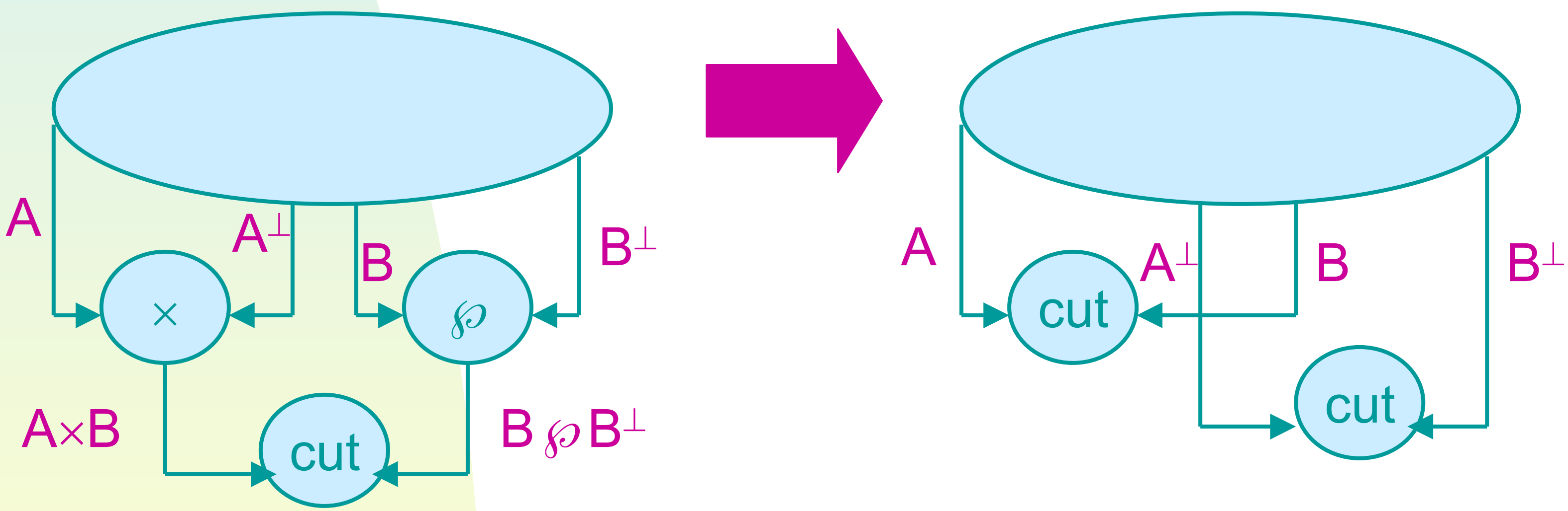
se A e B sono formule ereditariamente positive:

A or B ➡ o A o B è provabile

Torna alla prima pagina

una nuova sintassi per le prove

le prove sono grafi orientati (reti di prova), e l'eliminazione del taglio è una modifica locale della struttura del grafo



Torna alla prima pagina

una logica “Curry-Howard”

formule logiche = tipi

dimostrazioni = programmi

correlazione già stabilita tra logica intuizionista e linguaggi di programmazione (funzionali), che assume con LL un significato operazionale più forte.

possibilità di:

controllare l’esecuzione di un programma

misurare le risorse di tempo e spazio necessarie per la sua esecuzione

la ricerca in logica lineare in Italia

- teoria della dimostrazione:
  - logica lineare non commutativa
  - semantica delle dimostrazioni
  - proprietà costruttive della logica classica
  - ludica e nuove logiche

- teoria dei linguaggi di programmazione
  - implementazione di linguaggi
  - studio di computazioni con complessità predefinita
  - semantica dei linguaggi di programmazione

logica lineare non commutativa

restrizione di LL ottenuta limitando ulteriormente le regole strutturali (scambio)

Abrusci, Ruet (ROMA)

reti di prova non commutative, normalizzazione, moduli, semantica operazionale e denotazionale

Abrusci, Pedicini, Maieli, Mascari, Piazza (ROMA)

applicazioni:

- semantica di linguaggi concorrenti con vincoli
- linguistica

teoria della dimostrazione

semantica delle dimostrazioni

basi di partenza:

- spazi coerenti (semantica denotazionale)
- geometria delle interazioni (semantica operazionale)

un approccio unitario alla semantica delle prove (la forma normale di una rete di prova si può calcolare a partire dalla sua denotazione)

Tortora de Falco (ROMA)

studio del comportamento operazionale delle reti di prova, in un contesto sia commutativo che non commutativo

Abrusci, Guerrini, Maieli, Mascari, Pedicini (ROMA)

proprietà costruttive della logica classica

base di partenza:
- la nozione di “polarizzazione” delle formule

studio della normalizzazione nella logica classica

Bellin (VR)

logica classica non commutativa

Abrusci(ROMA)

ludica e nuove logiche

base di partenza:

la ludica, un nuovo approccio allo studio delle regole della logica, nel quale il concetto fondamentale e' la localizzione fisica delle formule/risorse.

una fondazione logica per i tipi intersezione
(tramite una nuova congiunzione modale)

Ronchi, Roversi (TO)

implementazione di linguaggi

basi di partenza:
- definizione di riduzione ottimale (Lévy)
- algoritmo di Lamping

riduzione ottimale nei λ-termini
=
eliminazione dei tagli in reti di prova in cui le informazioni globali sono rimpiazzate da informazioni locali

Asperti (BO), Guerrini(ROMA), Martini(UD,BO),Masini (VR)

BOHM

Bologna Optimal Higher-order Machine

computazioni con complessità predefinita

Base di partenza:
Light Linear Logic (LLL): caratterizza le computazioni polinomiali

Light Affine Logic (LAL): versione raffinata e corretta di LLL

Asperti (BO), Roversi (TO)

disegno di linguaggi prototipali derivati da LAL

Dal Lago (UD), Roversi (TO)

Elementary Affine Logic (EAL) caratterizza le computazioni elementari

Coppola (UD), Martini (UD,BO), Ronchi (TO)

semantica dei linguaggi di programmazione

basi di partenza:
- spazi coerenti
- semantica a giochi

semantica denotazionale di diversi λ-calcoli negli spazi coerenti (si riescono a modellare comportamenti operazionali che non è possibile modellare con i classici spazi alla Scott)

Honsell, Lenisa (UD), Pravato ,Ronchi, Roversi (TO)

semantiche fully abstract di calcoli tipati

Lenisa (UD)

estensione della semantica a giochi a linguaggi senza tipi (tutti i λ-modelli estensionali hanno la stessa teoria)

DiGianantonio, Franco,Honsell (UD)

Torna alla prima pagina